Řešení

Cvičení 1. (a) jevy jsou **po dvou nezávislé**, (b) jevy nejsou **nezávislé**

Cvičení 2. Pokud jsou jevy neslučitelné (tj. disjunktní), pravděpodobnost jejich průniku je 0. Aby byla splněna podmínka pro nezávislost, stačí, aby alespoň jeden z jevů byl jev nemožný (tj. jev, který nastane s pravděpodobností 0).

Cvičení 3. $\Omega = \{(\text{posláno, přijato}); \text{posláno} \in \{0,1\}, \text{přijato} \in \{0,\ 1\}\}$.

Ze zadání víme:

$$\begin{gathered}\mathbb{P}(\text{posláno} = 0) = 4/7\\ \mathbb{P}(\text{posláno} = 1) = 3/7\\ \mathbb{P}(\text{přijato} = 1|\text{posláno} = 0) = 1/4\\ \mathbb{P}(\text{přijato} = 0|\text{posláno} = 1) = 1/6\end{gathered}$$

(a) Označme jevy $A := [\text{znak se zkreslil}] = \{(0,1),(1,0)\}$, $B_1 := [\text{posláno} = 0] = \{(0,1),(0,0)\}$, $B_1 := [\text{posláno} = 1] = \{(1,1),(1,0)\}$. Z věty o úplné pravděpodobnosti máme

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) = 3/14.$$

(b) Ptáme se na $\mathbb{P}(\text{posláno} = 0|\text{přijato} = 0)$. Použitím Bayesovy věty dostaneme výsledek 6/7.

(c) Posíláme n znaků, $\Omega = \{(z_1, ..., z_n), z_i \in \{\text{zkreslený, nezkreslený}\}\}$. Náhodná veličina X značí počet zkreslených znaků. Označíme-li $p_k := \mathbb{P}(X = k)$, pak pravděpodobnosti

$$p_k = \left(\frac{3}{14}\right)^k \left(1 - \frac{3}{14}\right)^{n-k} \binom{n}{k}, \quad k \in \{0, ..., n\},$$

určují rozdělení X.

Cvičení 4. (a) $p_k = \mathbb{P}(X = k) = 0.8^{k-1} \cdot 0.2, k \in \mathbb{N}$

(b) 0.8^5

(c) 0.8^5

Cvičení 5. Nejprve je třeba určit, kdo začíná. Nechť začíná Adam. Pak

(a)

$$p_{2k} = \mathbb{P}(X = 2k) = 0.8^k \cdot 0.7^{k-1} \cdot 0.3, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$p_{2k-1} = \mathbb{P}(X = 2k-1) = 0.8^{k-1} \cdot 0.7^{k-1} \cdot 0.2, \quad k \in \mathbb{N}$$

(b) Pravděpodobnost, že Adam vyhrál, je $\frac{5}{11}$.